

文章编号: 1000-7598 (2011) 10-3033-06

无黏性土压缩曲线的一种数学模式

赵颜辉^{1,2}, 朱俊高^{1,2}, 张宗亮³, 刘 祥³

(1.河海大学 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 南京 210098; 2.河海大学 岩土工程科学研究所, 南京 210098;
3.中国水电顾问集团 昆明勘测设计研究院, 昆明 650051)

摘 要: 总结和分析了已有考虑状态相关的无黏性土压缩曲线数学模式做了。进行了不同初始密度砂土的等向压缩试验, 提出了一个新的状态相关压缩曲线数学模式。该数学模式能够反映无黏性土不同初始状态等向压缩下的应力-应变关系, 参数物理意义明确、试验确定方法简单、方便。利用 4 种不同砂土的等向压缩试验数据, 验证了所提出的数学模式的合理性和有效性。该模式可应用于一般应力、应变条件下状态相关本构模型的建立。

关 键 词: 状态相关; 无黏性土; 压缩曲线; 数学模式

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

A compression model for cohesionless soils

ZHAO Yan-hui^{1,2}, ZHU Jun-gao^{1,2}, ZHANG Zong-liang³, LIU Xiang³

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China; 3. HydroChina Kunming Engineering Corporation, Kunming 650051, China)

Abstract: Some existing state-dependent mathematic models for compression curve of cohesionless soils are described and analyzed briefly. Isotropic compression tests on sand with different initial densities are performed. On basis of the results, a new state-dependent stress-strain model for cohesionless soil under hydrostatic compression is proposed. The model is able to describe well stress-strain behaviour which develops throughout first loading and can be adaptable to different freshly deposited cohesionless soils subjected to isotropic compression over a wide range of stresses and densities. The model parameters can be determined simply and conveniently from isotropic compression test. Comparison with experimental data of four types of sands indicates that the model can gives excellent predictions to the measured isotropic compressive behaviour; and it can be used to construct generalized state-dependent constitutive models.

Key words: state-dependent; cohesionless soil; compression curve; mathematic model

1 引 言

对于正常固结的黏性土, 孔隙比 e 与固结压力 p 之间有惟一性关系, 在 $e-\ln p$ 平面内存在惟一的正常固结线。对于砂土、堆石料等离散颗粒型无黏性土体, 其固结特性与黏性土有很大差异。大量试验研究表明^[1-4], 无黏性土体的孔隙比与固结压力之间不存在一一对应的关系, 即在不同初始孔隙比下固结对应着不同的正常固结线, 因此, 在 $e-\ln p$ 平面内不存在惟一的正常固结线, 而是有无数条正常固结线, 彼此之间也不平行。无黏性土的密度

和压缩性不仅与固结压力有关, 而且与初始相对密度或孔隙比相关。因此, 如果要反映土体的等压条件下的压缩特性, 必须建立能反映不同初始状态的应力-应变关系或 $e-p$ 关系。

无黏性土在剪切过程中的变形行为同样依赖于其相对密度和所处的固结压力。同一固结压力下, 密度高时剪胀, 密度低时剪缩; 同一相对密度下, 在低固结压力下可能剪胀, 而在高固结压力下则可能剪缩。加载过程中材料的相对密度或应力状态会发生变化, 从而导致材料物理状态的改变。

到目前为止, 已经建立的土体本构模型大多是

收稿日期: 2010-02-06

基金项目: 水利部公益性行业科研专项资助 (No. 200801133); 国家杰出青年科学基金资助 (No. 50825901); 国家自然科学基金资助 (No. 50809023); 高等学校博士学科点专项科研基金资助 (No. 20070294002)。

第一作者简介: 赵颜辉, 男, 1979 年生, 博士研究生, 主要从事土体本构关系及土石坝工程研究。E-mail: zhao791022@163.com

将具有某种初始密度土作为一种材料,如果初始密度不同,则模型参数不同,即作为不同材料来模拟。

为描述密度和应力变化引起的材料物态变化对无黏性土强度和变形特性的影响,一些学者在建立无黏性土的弹塑性本构模型时将土体的某种状态参数引入本构方程,建立相应模型,较好地模拟了无黏性土在剪切过程的应力-应变特性。这些模型中,部分^[5-9]是采用开口锥形屈服面即剪切屈服面和非相关联流动法则,也有部分采用封闭帽盖形屈服面即体积屈服面^[10-11]。即便是使用了帽盖形屈服面,模型的硬化参量或者塑性模量的建立也不使用正常固结线作为参考线,而是通过其他方式描述。其原因与难以对无黏性土的不同初始密度下的正常固结线进行统一描述有关。因此,如果能建立无黏性土不同初始密度下的正常固结线的统一描述,无疑有助于建立考虑初始状态不同的统一的土体本构模型,而不是将不同初始密度的土体作为不同材料处理。

本文总结分析了现有的几种能够考虑状态相关的无黏性土压缩曲线数学模式,在分析试验资料的基础上提出了一个新的状态相关的压缩曲线数学模式。该模式数学描述简单,参数易于确定,能够较好地预测不同密度和不同固结压力范围的无黏性土压缩曲线。

2 现有压缩曲线数学模式评述

Pestana 和 Whittle^[12]在 $\lg e - \lg p$ 坐标系下以极限压缩线作为参考线,如图 1 所示,提出如下 3 参数增量形式的压缩曲线计算公式:

$$de = -e\lambda \left[1 - \left(1 - \frac{p}{p_b} \right)^n \right] \frac{dp}{p} \quad (1)$$

$$p_b = p_r e^{-1/\lambda} \quad (2)$$

式中: de 、 dp 分别为孔隙比增量和固结压力增量; λ 为极限压缩线的斜率; p_r 、 p_b 分别为孔隙比 $e=1$ 和当前孔隙比所对应的极限压缩线上的固结压力; n 为模型参数。

Pedroso 等^[13]在 $\lg e - \lg p$ 坐标系下采用双参考线法(图 2),提出了增量形式的 4 参数计算式:

$$de = -e \left[\lambda_0 + (\lambda - \lambda_0) \left(\frac{p}{p_b} \right)^m \right] \frac{dp}{p} \quad (3)$$

式中: λ_0 为压缩曲线初始斜率; m 为参数; 其他符号意义同前。图 1、2 中 X 、 Y 轴均为对数刻度。

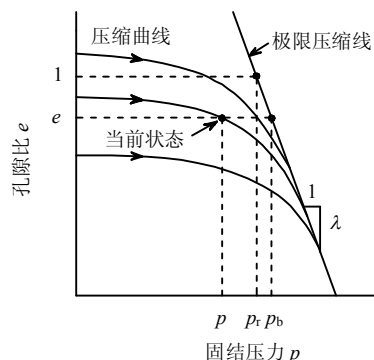


图 1 Pestana 参考线法图解

Fig.1 Representations of using reference after Pestana

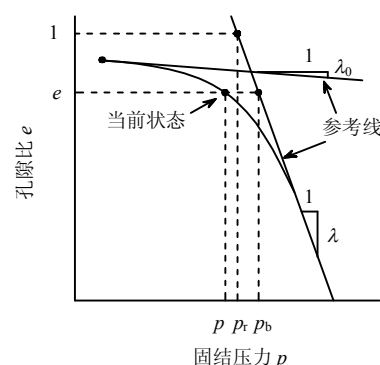


图 2 Pedroso 双参考线法图解

Fig.2 Representations of using two references after Pedroso

Sheng 等^[14]在 $\lg e - \lg p$ 坐标系下仍然以极限压缩线作为参考线,使用应力平移法,提出如下形式的两参数计算公式:

$$\ln e = \ln N - \lambda \ln(p + p_s) \quad (4)$$

$$p_s = (N/e_0)^{1/\lambda} - p_0 \quad (5)$$

式中: N 为 $p=1$ 所对应的极限压缩线上的孔隙比; p_s 为平移应力; e_0 、 p_0 分别为初始孔隙比和初始固结压力。

Bauer^[15]在建立物态变化的亚塑性本构模型时使用指数函数描述无黏性土的等向压缩特性,公式为

$$e = e_0 \exp \left[- (p/h_s)^n \right] \quad (6)$$

式中: n 、 h_s 均为模型参数。

式(1)、(3)、(4)均是以土体的极限压缩线作为参考线建立起来的,公式具有明确的收敛极限,能较好地预测不同密度和不同压力范围内的体积变形,但其模型参数的确定比较困难,模型参数需要做高压三轴固结试验测定。试验资料表明,砂土、堆石料等无黏性土近似达到极限压缩状态时的固结

压力一般在 10 MPa 以上, 目前常见的三轴设备围压量程能达到 10 MPa 以上的三轴设备很少。式 (1)、(3)、(4) 的计算方法一方面受试验条件的限制, 另一方面实际工程中土体所受固结压力一般也不会达到那么高, 因此上述 3 种方法对土体等向压缩曲线计算的实用性不大。

式 (6) 数学描述简单, 而且只有 2 个参数, 通过低压固结试验就可以确定, 因此被一些学者引入到状态相关的本构模型^[16-17]。然而, 正如文献 [18] 所指出, 其参数的试验确定方法存在不足之处。笔者曾用式 (6) 对不同初始密度砂土的等压固结试验曲线进行模拟, 发现该公式在中高围压时的预测精度不高。

3 基于试验的压缩曲线数学模式的建立

3.1 数学模式

沈珠江^[19]指出, 对于无黏性土, 等向压缩试验的体积应变 ε_v 与固结应力 p 之间关系在双对数坐标系下近似为线性关系, 即可用幂函数形式表示:

$$\varepsilon_v = t(p/p_a)^\lambda \quad (7)$$

式中: ε_v 为体积应变; λ 为直线斜率; t 为截距; p_a 为大气压力。

Yasufuku^[20]在砂土等向高压固结试验中发现, $\lg \varepsilon_v - \lg p$ 的线性关系至少在 10 MPa 固结压力范围成立。因此, 式 (7) 虽然没有收敛极限点, 但能够满足实际应用。

然而, 式 (7) 只能用来计算土体在某一初始密度下固结的体积变形或者孔隙比变化, 不能反映初始密度变化对压缩曲线的影响。为建立能考虑初始状态变化的等向压缩条件下应力-应变数学模式, 本文进行了砂土等向压缩试验, 并对式 (7) 进行了改进。

试验用砂为实验室常用的标准砂, 砂土粒相对密度为 2.654, 最大和最小孔隙比分别为 0.803 和 0.511。砂土的级配试验曲线如图 3 所示。将标准砂制成初始孔隙比 e_0 为 0.642、0.598、0.554 的 3 组试样, 试样直径为 101 mm, 高 200 mm, 采用英国 GDS 液体压力控制器分级加载。本级压力下固结稳定后再施加下一级压力, 最大固结压力为 1 800 kPa。

为保证试验结果的可靠性, 对每种密度下的试样进行多次测量, 但要保证前后两个试样在各级围压下的固结排水量大致相同, 否则, 此次试验结果无效, 取平均值作为最后的结果。根据试验结果整理出不同密度下的体积应变 ε_v 与固结应力 p 之间

的关系, 如图 4 所示。从图中可以看出, 不同初始密度下的 $\lg \varepsilon_v - \lg p$ 关系近似为相互平行的直线。

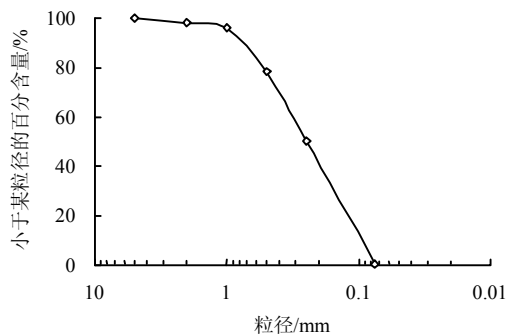


图 3 颗粒级配曲线

Fig.3 Curve of particle size distribution

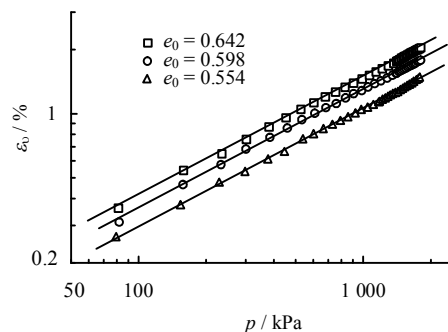


图 4 本文砂等向压缩 $\lg \varepsilon_v - \lg p$ 关系

Fig.4 Relationships between $\lg \varepsilon_v$ and $\lg p$ of isotropic compression test on sand of this paper

根据 Lee 和 Seed^[21]对 4 种密度的 Sacramento River 砂 ($e_0 = 0.87$ 、0.78、0.71、0.61) 进行的等向高压固结试验 $\lg e - \lg p$ 数据 (图 5), 整理出 $\lg \varepsilon_v - \lg p$ 的关系, 如图 6 所示。Sacramento River 砂相对密度为 2.68, 最大和最小孔隙比分别为 1.03 和 0.61, 不均匀系数为 1.5。从图 6 可以看出, 不同初始密度的 Sacramento River 砂在高固结应力状态下的 $\lg \varepsilon_v - \lg p$ 之间也近似平行。

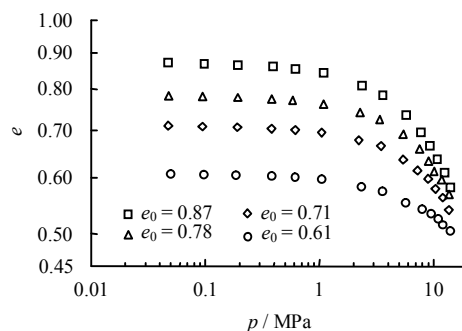


图 5 Sacramento River 砂等向压缩 $\lg e - \lg p$ 关系

Fig.5 Relationships between $\lg e$ and $\lg p$ of isotropic compression test on Sacramento River sand

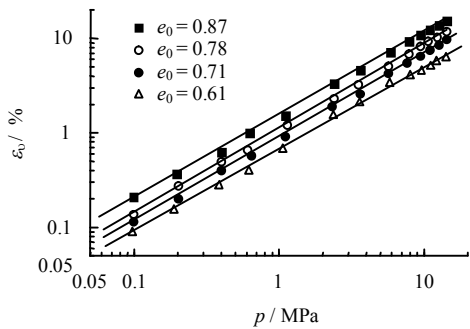


图 6 Sacramento River 砂等向压缩 $\lg \varepsilon_v - \lg p$ 关系
Fig.6 Relationships between $\lg \varepsilon_v$ and $\lg p$ of isotropic compression test on Sacramento River sand

由此看来,不同初始密度的 $\lg \varepsilon_v - \lg p$ 关系具有相同的斜率即 λ 值和不同的截距即 t 值。由图 4 和图 6 可以看出,初始孔隙比 e_0 愈小,与其对应的 t 值也愈小。点绘截距 t 和初始孔隙比 e_0 发现它们之间呈较好的线性关系,如图 7 所示。

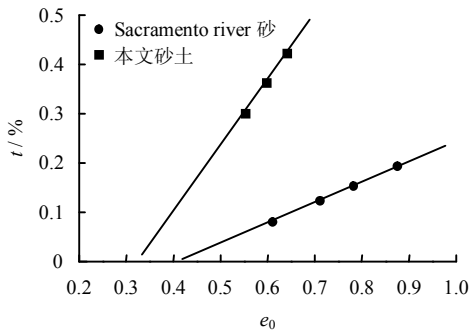


图 7 t 与 e_0 关系
Fig.7 Relationships between t and e_0

因此,本文假定 t 和初始孔隙比 e_0 之间可以用如下线性关系描述:

$$t = k(e_0 - e_r) \quad (8)$$

式中: k 为斜率; e_r 为水平坐标轴的截距,称为参考孔隙比。因此,无黏性土等向压缩条件下的应力应变-关系可表示为

$$\varepsilon_v = k(e_0 - e_r)(p/p_a)^\lambda \quad (9)$$

式 (9) 中 3 个参数 λ 、 k 、 e_r 可较方便地根据压缩试验确定。

3.2 验证和预测

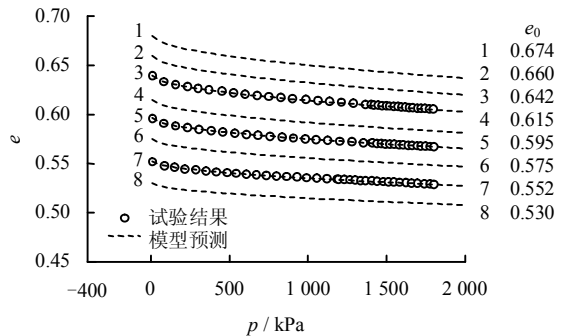
下面分别利用本文砂土、Sacramento River 砂、Cambria 砂^[22]和 Toyoura 砂^[1-2]的等向压缩试验数据来检验本文提出的计算方法的预测效果。Cambria 砂粒相对密度为 2.690,最大和最小孔隙比分别为

0.792 和 0.503。Toyoura 砂粒相对密度为 2.650,最大和最小孔隙比分别为 0.980 和 0.580。由试验数据确定的 4 种砂土计算参数列于表 1。

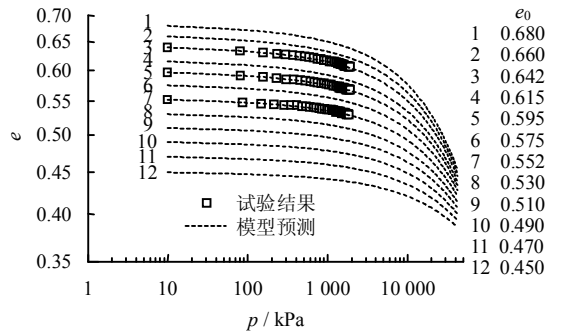
表 1 不同砂土模型参数
Table 1 Parameters of different sands

类型	参数		
	λ	k	e_r
本文标准砂	0.550	0.013 94	0.337
Sacramento River 砂	0.885	0.004 26	0.423
Cambria 砂	0.772	0.007 59	0.365
Toyoura 砂	0.804	0.003 72	0.433

对本文砂土压缩曲线的预测结果如图 8 所示。由图 8(a)可以看出,不同初始密度在低围压下的预测值和实测值吻合良好,图 8(b)为不同初始密度的高压固结曲线的预测。对 Sacramento River 砂的预测结果如图 9 所示。由图可以看出,无论是在低围压还是在高围压下,4 种密度压缩曲线的实测值和预测值均吻合较好。图 10 给出了对 Cambria 砂的预测。除了 $e_0 = 0.870$ 在高围压时稍差外,另外 2 个密度下的预测值和实测值吻合程度很好。图 11 为对 Toyoura 砂的预测。预测值和实测值吻合程度也较好。



(a) 低围压下的预测



(b) 高围压下的预测

图 8 本文砂土实测值和预测值
Fig.8 Test data and predictions on sand of this paper

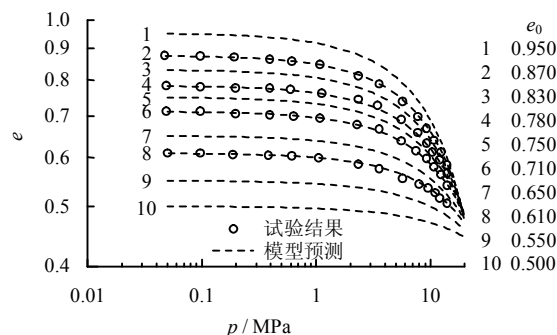


图 9 Sacramento River 砂实测值和预测值

Fig.9 Test data and predictions on Sacramento River sand

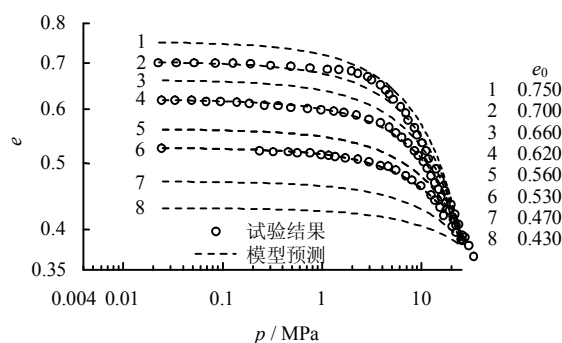


图 10 Cambria 砂实测值和预测值

Fig.10 Test data and predictions on Cambria sand

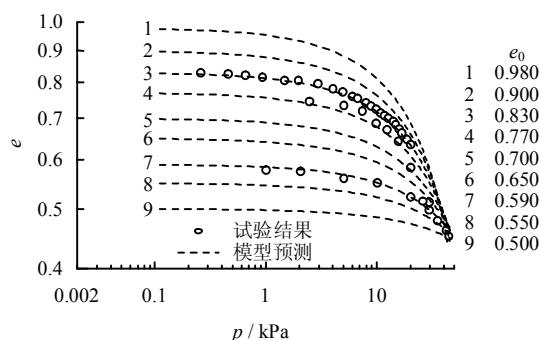


图 11 Toyoura 砂实测值和预测值

Fig.11 Test data and predictions on Toyoura sand

4 结 论

(1) 以土体的极限压缩线作为参考线的计算方法, 公式具有严格的收敛极限, 能够反映不同密度和压力范围的压缩特性, 但其模型参数的确定受试验条件限制, 应用不便。

(2) 本文提出的压缩曲线数学模式的参数物理意义明确, 由低压固结试验就可以直接确定。

(3) 通过对 4 种不同砂土不同密度和不同压力范围下的等压固结试验数据模拟, 验证了本文提出的数学模式的合理性和有效性。

参 考 文 献

- [1] MIURA N. A consideration on the stress-strain relation of a sand under high pressures[C]//Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers. Tokyo: [s. n.], 1979: 127—130.
- [2] MIURA N, MURATA H, YASUFUKU N. Stress-strain characteristics of sand in a particle-crushing region[J]. *Soils and Foundations*, 1984, 24(1): 77—89.
- [3] CECCONI M, VIGGIANI G M B. Structural features and mechanical behaviour of a pyroclastic weak rock[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2001, 25(15): 1525—1557.
- [4] MCDOWELL G R, HUMPHREYS A. Yielding of granular materials[J]. *Granular Matter*, 2002, 4(1): 1—8.
- [5] WOOD D M, BELKHEIR K, SHEN C K. Strain softening and parameter for sand modeling[J]. *Geotechnique*, 1994, 44(2): 335—339.
- [6] GAJO A, WOOD D M. Severn-trent sand: a kinematic-hardening constitutive model: the q - p formulation[J]. *Geotechnique*, 1999, 49(5): 595—614.
- [7] MANZARI M T, DAFALIAS Y F. A critical state two-surface plasticity model for sands[J]. *Geotechnique*, 1997, 47(2): 255—272.
- [8] 罗刚, 张建民. 考虑物理状态变化的砂土本构模型[J]. *水利学报*, 2004, 48(7): 26—31.
- LUO Gang, ZHANG Jian-min. Constitutive model for sand considering the variation of its physical state[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2004, 48(7): 26—31.
- [9] 孙吉主, 施戈亮. 基于状态参数的粗粒土应变软化和剪胀性模型研究[J]. *岩土力学*, 2008, 29(11): 3109—3112.
- SUN Ji-zhu, SHI Ge-liang. Study of strain softening and dilatancy modelling based on state parameter of coarse grained soil[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, 29(11): 3109—3112.
- [10] BEEN K, JEFFERIES M G. The critical state of sands[J]. *Geotechnique*, 1991, 41(3): 365—381.
- [11] 徐舜华, 郑刚, 徐光黎. 考虑剪切硬化的砂土临界状态本构模型[J]. *岩土工程学报*, 2009, 31(6): 953—958.
- XU Shun-hua, ZHENG Gang, XU Guang-li. Critical state constitutive model of sand with shear hardening[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, 31(6): 953—958.

- [12] PESTANA J M, WHITTLE A J. Compression model for cohesionless soils[J]. **Geotechnique**, 1995, 45(4): 611—631.
- [13] PEDROSO D M, SHENG D C, ZHAO J D. The concept of reference curves for constitutive modelling in soil mechanics[J]. **Computers and Geotechnics**, 2009, 36(2): 149—165.
- [14] SHENG D C, YAO Y P, CARTER J P. A volume stress model for sands under isotropic and critical stress states[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2008, 45(11): 1639—1645.
- [15] BAUER E. Calibration of a comprehensive hypoplastic model for granular materials[J]. **Soils and Foundations**, 1996, 36(1): 13—26.
- [16] WAN R G, GUO R G. A simple constitutive model for granular soils: Modified stress-dilatancy approach[J]. **Computers and Geotechnics**, 1998, 22(2): 109—113.
- [17] 岑威钧, 王修信, ERICH Bauer, 等. 堆石料的亚塑性本构建模及其应用研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(2): 312—322.
- CEN Wei-jun, WANG Xiu-xin, ERICH Bauer, et al. Study on hypoplastic constitutive modeling of rockfill and its application[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(2): 312—322.
- [18] 王洪波, 邵龙潭, 熊保林. 确定亚塑性模型参数 n 、 h_s 的一种改进方法[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(9): 1171—1176.
- WANG Hong-bo, SHAO Long-tan, XIONG Bao-lin. Improved method to determine parameters n and h_s of a hypoplastic constitutive model[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(9): 1171—1176.
- [19] 沈珠江. 土的三重屈服面应力应变模式[J]. 固体力学学报, 1984, 5(2): 163—174.
- SHEN Zhu-jiang. A stress strain model for soils with three yield surfaces[J]. **Acta Mechanica Sinica**, 1984, 5(2): 163—174.
- [20] YASUFUKU N, MURATA H, HYODO M, et al. A stress-strain relationship for anisotropically consolidated sand over a wide stress region[J]. **Soils and Foundations**, 1991, 31(4): 75—92.
- [21] LEE K L, SEED H B. Drained strength characteristics of sands[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE**, 1967, 93(SM6): 117—141.
- [22] LADE P V, BOPP P A. Relative density effects on drained sand behavior at high pressures[J]. **Soils and Foundations**, 2005, 45(1): 1—14.